

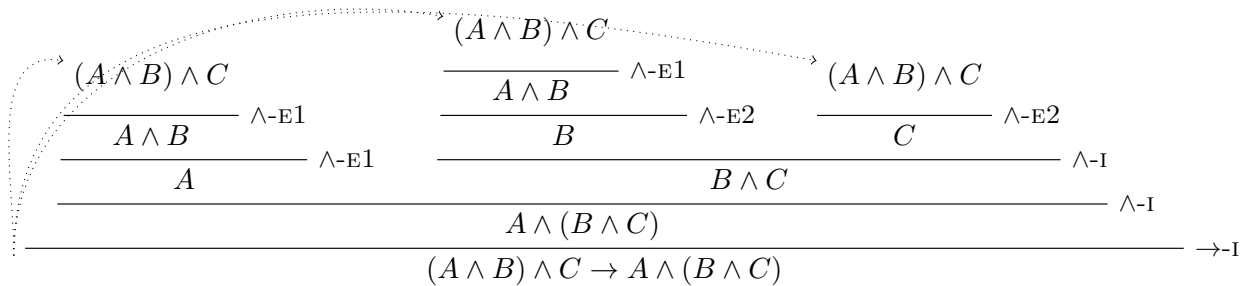
Perlen der Informatik 3
 1. Übung

(Lösungsvorschlag)

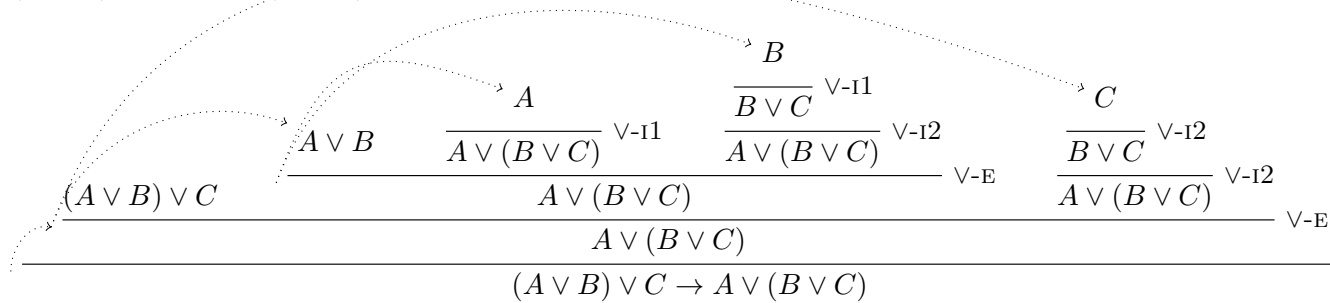
Aufgabe 1.1 Natürliches Schließen in der Aussagenlogik

Beweisen Sie folgende aussagenlogischen Formeln im Kalkül des natürlichen Schließens:

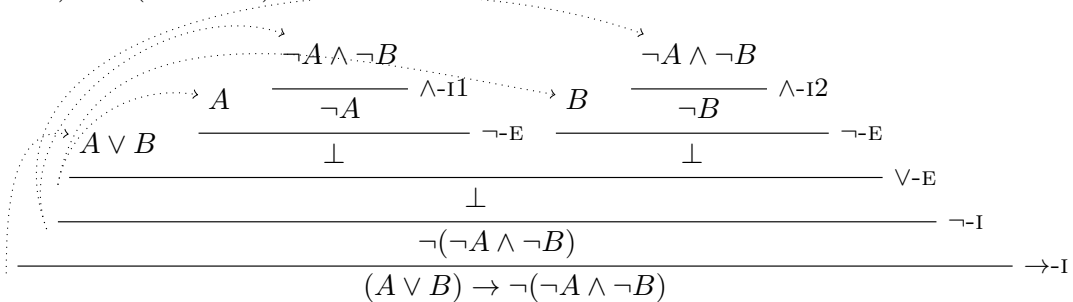
(a) $(A \wedge B) \wedge C \rightarrow A \wedge (B \wedge C)$



(b) $(A \vee B) \vee C \rightarrow A \vee (B \vee C)$



(c) $(A \vee B) \rightarrow \neg(\neg A \wedge \neg B)$



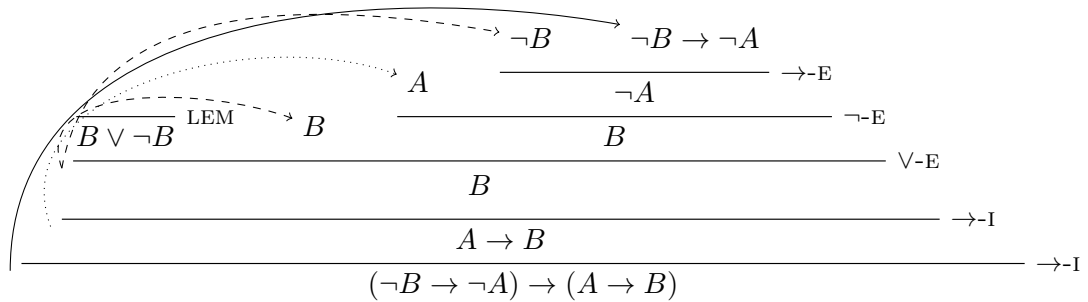
Aufgabe 1.2 Klassische Logik

Leiten Sie die abgeleiteten Regeln (“Widerspruchsbeweis” und das “Gesetz des ausgeschlossenen Dritten”) aus den anderen Regeln her.

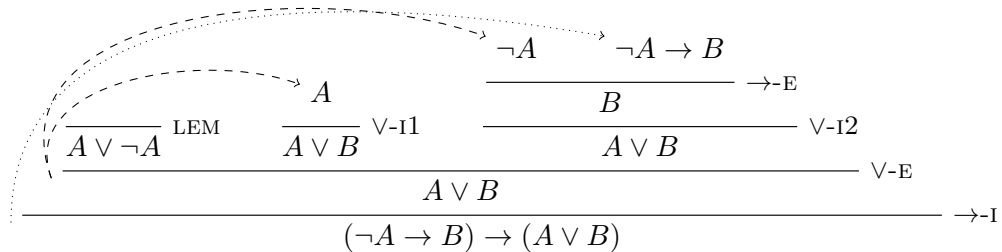
Wir verwenden $\overline{A \vee \neg A}^{\text{LEM}}$.

Zeigen Sie dann:

(a) $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$



(b) $(\neg A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee B)$



Aufgabe 1.3 Korrektheit

Eine Regel $\frac{\phi_1 \dots \phi_n}{\psi}$ ist *korrekt*, wenn gilt $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$.

Beweisen Sie die Korrektheit der folgenden Regel:

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi} \rightarrow\text{-I}$$

Definition: $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$: für alle Belegungen für die ϕ_1, \dots, ϕ_n gilt, gilt auch ψ .

Wir können somit eine Wahrheitstabelle aufstellen um die Aussage zu beweisen:

<i>Variablen</i>		<i>Annahmen</i>		
ϕ	ψ	ϕ	$\phi \rightarrow \psi$	ψ
0	0	0	1	0
0	1	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	1

Für alle Zeilen für die die Annahmen ϕ und $\phi \rightarrow \psi$ gilt (also nur die Letzte) gilt auch ψ . Somit ist die zu beweisende Regel korrekt.