

Perlen der Informatik 8. Übung

Aufgabe G8.1 Anwendungen des Erfüllbarkeitsproblems

Neben seiner theoretischen Bedeutung hat SAT auch praktische Anwendungen. Viele schwierige Probleme lassen sich relativ einfach als SAT-Problem formulieren. Daher existieren mittlerweile hochoptimierte Löser, die viele praktische Instanzen von SAT-Problemen effizient lösen.

Skizzieren Sie, wie man SAT verwenden kann, um Sudokus zu lösen.

Aufgabe G8.2 3SAT-Problem

Wir betrachten das Erfüllbarkeitsproblem für aussagenlogische Formeln der folgenden Gestalt:

$$(z_{1,1} \vee z_{1,2} \vee z_{1,3}) \wedge \dots \wedge (z_{n,1} \vee z_{n,2} \vee z_{n,3})$$

Hierbei ist $z_{i,j}$ ein *Literal*, d.h. entweder eine Variable oder eine negierte Variable. Die Teilformeln $z_{i,1} \vee z_{i,2} \vee z_{i,3}$ werden auch als *Klauseln* bezeichnet.

Zeigen Sie, dass das Erfüllbarkeitsproblem auch für Formeln dieser speziellen Form NP-vollständig ist.

Aufgabe G8.3 Graphisomorphismus

Ein wichtiges Problem in der Graphentheorie ist die Frage, ob es einen *Isomorphismus* zwischen zwei Graphen gibt. Ein Isomorphismus zwischen zwei Graphen (V_1, E_1) und (V_2, E_2) ist eine Bijektion $f : V_1 \rightarrow V_2$, die die Kanten erhält, d.h.

$$\forall v_1, v_2 \in V_1. (v_1, v_2) \in E_1 \iff (f(v_1), f(v_2)) \in E_2$$

1. In welcher Komplexitätsklasse liegt das Problem „Gibt es einen Isomorphismus zwischen zwei gegebenen Graphen?“?
2. In welcher Komplexitätsklasse liegt das inverse Problem?
3. Im weiteren betrachten wir das inverse Isomorphismusproblem. Angenommen, *Merlin* verfügt über unbegrenzte Rechenressourcen. Weiterhin angenommen sei, dass sein Gegenspieler *Arthur* ihm nicht vertraut. Arthur will nun für zwei bestimmte Graphen wissen, ob diese nicht isomorph zueinander sind. Er selbst darf Merlin polynomiell viele Fragen stellen.

Wie muss der Dialog zwischen Arthur und Merlin aussehen, damit Arthur sich mit einer Wahrscheinlichkeit von $0.5 < p < 1$ davon überzeugen kann, dass die beiden Graphen tatsächlich nicht isomorph zueinander sind?

Aufgabe H8.1 Ein Rätsel

Person A kennt die Summe zweier Zahlen a und b , während Person B das Produkt der beiden Zahlen kennt. Es entspinnt sich folgender Dialog:

B: Ich kenne die Zahlen a und b nicht.

A: Das ist mir bekannt.

B: Nun kenne ich die Zahlen a und b .

Wie lauten die beiden Zahlen? Weiß A sie nun ebenfalls?