Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Olaf Müller

WS 1998/99
Übungsblatt 7
14. 12. 1998

Übungen zur Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 1 (H) (*Hoare-Kalkül*) Abgabetermin: Dienstag, 22.12.1998, 12 Uhr

Betrachten wir für $x > 0 \wedge y > 0$ folgendes IMP-Programm (mit "/" für Division):

$$
\begin{array}{l}
X := x\ ;\ Y := y\ ;\ U := y\ ;\ V := x\ ;\\
\textbf{while}\ \neg(X = Y)\ \textbf{do}\\
(\textbf{if}\ X > Y\ \textbf{then}\ (X := X - Y\ ;\ V := V + U)\\
\qquad\qquad \textbf{else}\ (Y := Y - X\ ;\ U := U + V))\ ;\\
A := (X + Y)/2\ ;\ B := (U + V)/2
\end{array}
$$

Aufgrund des Euklidschen Algorithmus wissen wir (vgl. Blatt 6/Aufgabe 2), daß A nach Terminierung des Programms den Wert $gcd(x, y)$ enthält. Beweisen Sie im Hoare-Kalkül, daß B nach Terminierung des Programms das kleinste gemeinsame Vielfache $lcm(x, y)$ von x und y enthält.

Hinweis: Es gilt für alle x, y mit $x > 0 \wedge y > 0$: $lcm(x, y) = (x \cdot y)/gcd(x, y)$.

Aufgabe aus: Edsger W. Dijkstra: A Discipline of Programming. Prentice-Hall 1976

Aufgabe 2 (H) (*Monotonie von wp und vc*) Abgabe: Dienstag, 22.12.1998, 12 Uhr

Zeigen Sie, daß die in der Vorlesung definierten Funktionen wp und vc monoton bezüglich der Implikation sind, d.h. daß gilt:

(a) $\forall ac \in \mathbf{Acom}, B, C \in \mathbf{Assn} : (B \Rightarrow C) \Rightarrow (wp(ac, B) \Rightarrow wp(ac, C))$

(b) $\forall ac \in \mathbf{Acom}, B, C \in \mathbf{Assn} : (B \Rightarrow C) \Rightarrow (vc(ac, B) \Rightarrow vc(ac, C))$

Hinweis: Strukturelle Induktion über ac. Sie dürfen verwenden, daß die Substitution im ersten Argument monoton bezüglich der Implikation ist, d.h. daß für alle $a \in \mathbf{Aexp}$ und Programmvariablen X gilt: $\forall B, C \in \mathbf{Assn} : (B \Rightarrow C) \Rightarrow (B[a/X] \Rightarrow C[a/X])$.

Aufgabe 3 (Ü) (*Hoare-Regel für repeat*)

Geben Sie eine Hoare-Regel für das Konstrukt **repeat** c **until** b an, und beweisen Sie deren Korrektheit.

Aufgabe 4 (P) (*Generator für Verifikationsbedingungen in Gofer*) Abgabetermin: Dienstag, 22.12.1998, 12 Uhr; E-Mail an mueller@informatik

Implementieren Sie den Generator für Verifikationsbedingungen aus der Vorlesung in der Programmiersprache Gofer. Einen Rahmen für das Programm finden Sie in der Datei

`/usr/proj/semantik/Programme/Gofer/VC-gen/rahmen`