Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Olaf Müller

WS 1998/99
Übungsblatt 9
25. 1. 1999

Übungen zur Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 1 (H) (*Abgeschlossene Teilmengen*) **Abgabetermin: Dienstag, 2. 2. 99, 12 Uhr**

Sei D eine Cpo und $C \subseteq D$. Dann ist C eine abgeschlossene Teilmenge von D, wenn folgende Kriterien erfüllt sind:

- Für alle $x \in D$ und $y \in C$ gilt, wenn $x \sqsubseteq y$, dann $x \in C$.
- Wenn $x_0 \sqsubseteq x_1 \sqsubseteq x_2 \ldots$ eine ω-Kette ist mit $x_n \in C$ für alle n, dann $(\bigsqcup_{n\in\mathbb{N}} x_n) \in C$.

Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a) Wenn C_i eine abgeschlossene Teilmenge von D ist für alle $i \in I$ für beliebiges I, dann auch $\bigcap_{i\in I} C_i$.

(b) Wenn C_i eine abgeschlossene Teilmenge von D ist für alle $1 \leq i \leq N$, dann auch $\bigcup_{1\leq i\leq N} C_i$.

(c) Wenn $x \in D$, dann ist $\dagger x := \{y \in D \mid y \sqsubseteq x\}$ eine abgeschlossene Menge von D.

(d) Wenn $f : E \to D$ eine stetige Funktion ist, dann ist für alle abgeschlossenen Teilmengen C von D auch $f^{-1}(C) := \{x \in E \mid f(x) \in C\}$ eine abgeschlossene Teilmenge von E.

Aufgabe 2 (Ü) (*Erweiterung boolescher Operationen*)

(a) Geben Sie mittels Wahrheitstafeln alle stetigen Erweiterungen der booleschen Operationen $\vee$ und $\wedge$ auf $\mathbf{T}_\perp$ an.

(b) Geben Sie für die Erweiterungen aus (a) jeweils eine operationelle Semantik an. Dabei wird $\perp$ als Nichtterminierung interpretiert.

Aufgabe 3 (Ü) (*Stetigkeit des Fixpunktoperators*)

Für stetige Funktionen $f \in [D \to D]$ über einer Cpo D mit $\perp$ ist der Fixpunktoperator $\mathit{fix} \in [D \to D] \to D$ bekanntlich definiert durch

$$\mathit{fix}(f) = \bigsqcup_{m\in\omega} f^m(\perp)$$

mit

$$f^0(x) = x \text{ und } f^{m+1}(x) = f(f^m(x)) \ .$$

Beweisen Sie, daß fix selbst eine stetige Funktion ist, also $\mathit{fix} \in [[D \to D] \to D]$ gilt.

Aufgabe 4 (P) (*Denotationelle Semantik von REC*)
Abgabetermin: Dienstag, 2. 2. 99, 12 Uhr; E-mail an mueller@informatik

(a) Implementieren Sie die denotationelle call-by-value und call-by-name Semantik von REC in Gofer. Beachten Sie dabei, daß Gofer eine nicht-strikte Programmiersprache ist.

(b) Überlegen Sie, wie man bei Implementierung in einer strikten Programmiersprache (z.B. ML) vorgehen müßte. Welche Stellen im Programm ändern sich?