Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Olaf Müller

WS 1998/99
Übungsblatt 12
8. 2. 1999

Übungen zur Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 1 **(H)** (*Call-by-name-Semantik*) **Abgabe: Dienstag, 23. 2. 99, 12 Uhr**

Gegeben ist in der Sprache REC dieselbe rekursive Funktionsdefinition wie in Blatt 11/Aufgabe 3:

$$ble(x, y) = \textbf{if } x \textbf{ then } 1 \textbf{ else } ble(x - 1, ble(x - y, y))$$

(a) Für welche Werte terminiert *ble* unter call-by-name-Auswertung? (Informelle Begründung)

(b) Geben Sie die zur Definition von *ble* gehörende Funktion $F : \mathbf{Fenv} \to \mathbf{Fenv}$ an, so daß sich die denotationelle call-by-name-Semantik der Definition von *ble* als kleinster Fixpunkt von F ergibt.

(c) Geben Sie eine explizite Form von $F^n(\perp)$ $(n \geq 0)$ an, und beweisen Sie diese als korrekt (*Hinweis:* Induktion über n).

(d) Geben Sie unter Verwendung von (c) eine explizite Form von $\bigsqcup_{n\in\omega} F^n(\perp)$ an.

Aufgabe 2 **(H)** (*Fixpunktinduktion*) **Abgabetermin: Dienstag, 23. 2. 99, 12 Uhr**

Sei D eine Cpo mit $\perp$. Sei $p : D \to \mathbf{T}_\perp$ stetig und strikt (d.h. $p(\perp) = \perp$) und $h : D \to D$ stetig. Sei $f : D \to D$ die kleinste stetige Funktion, die für alle $x \in D$ der Gleichung

$$f(x) = \text{if } p(x) \text{ then } x \text{ else } f(f(h(x)))$$

genügt.

(a) Begründen Sie, warum f strikt ist.

(b) Zeigen Sie mittels Fixpunktinduktion, daß f idempotent ist, d.h. daß gilt

$$\forall x \in D. f(f(x)) = f(x)\ .$$

Hinweis: Verwenden Sie das Prädikat $P(g) \equiv (\forall x \in D. f(g(x)) = g(x))$, wobei g die Induktionsvariable ist.

Aufgabe 3 **(Ü)** (*Zulässigkeit von Prädikaten*)

(a) Zeigen Sie, daß das Prädikat

$$P(x) \equiv t(x) \neq \perp$$

zulässig ist, falls t eine stetige Funktion $t \in [D \to E]$ über den cpo's D und E ist. Der Typ E sei eine cpo mit $\perp$.

(b) Geben Sie ein Gegenbeispiel an für die Behauptung, das Prädikat

$$P(x) \equiv t_1(x) \neq t_2(x)$$

sei zulässig für stetige t_1 und t_2.

Aufgabe 4 (Ü) (*Exceptions*)

Wir erweitern die Sprache HOREC aus der Vorlesung um sogenannte *Exceptions*. Dazu wird die Termsyntax um die Konstrukte **raise** ex und t_0 **handle** t_1 erweitert, wobei ex eine vorgegebene *Exception* ist:

$$\begin{array}{rcl} t & ::= & x \mid n \mid t_0 \; op \; t_1 \mid \textbf{if } t_0 \textbf{ then } t_1 \textbf{ else } t_2 \mid \\ & & (t_0, t_1) \mid \textbf{fst}(t) \mid \textbf{snd}(t) \mid \\ & & \lambda x \,.\, t \mid (t_0 \; t_1) \mid \textbf{rec } y \,.\, (\lambda x \,.\, t) \mid \\ & & \textbf{raise } ex \mid t_0 \textbf{ handle } t_1 \end{array}$$

Die beiden neuen Konstrukte haben informell folgende Semantik:

- Der Aufruf **raise** ex der *Exception* ex liefert ex als Ergebnis. *Exceptions* werden nach folgender Regel weitergegeben: Liefert die Auswertung eines Arguments einer Funktion die *Exception* ex, dann ergibt sich insgesamt ex.
- Die Behandlung t_0 **handle** t_1 von *Exceptions* liefert den Wert von t_1 als Ergebnis, falls t_0 die *Exception* ex als Ergebnis hat. Andernfalls ist der Wert des gesamten Terms der Wert von t_0.

Im folgenden wird dieser Erweiterung der Sprache HOREC eine denotationelle call-by-value- (d.h. eager-) Semantik zugeordnet.

(a) Geben Sie für die Typen

$$\tau ::= \textbf{int} \mid \tau_0 * \tau_1 \mid \tau_0 -> \tau_1$$

der Sprache HOREC Interpretationen an, so daß jeder Typ zusätzlich zur Interpretation aus der Vorlesung auch die *Exception* ex enthält.

(b) Geben Sie eine denotationelle call-by-value- (d.h. eager-) Semantik für die erweiterte Menge der Terme an.

Hinweise: Dieses Übungsblatt wird am 23.2.1999 besprochen, da die Übung am 16.2.1999 (Faschingsdienstag) entfällt.

Am **26.2.1999** findet statt der Vorlesung die **Semestralprüfung** statt. Teilnahmeberechtigt sind alle Studierenden, die mindestens 40% der Punkte aus den Haus- und Programmieraufgaben erreicht haben. Wenn Sie an dieser mündlichen Semestralprüfung teilnehmen möchten, melden Sie sich bitte bis spätestens 19.2.1999 per E-mail an mueller@informatik an. Sie erhalten dann Antwort, ob Sie die Zulassungsvoraussetzungen zur Prüfung erfüllt haben. Ein Zeitplan mit allen Prüflingen wird am 22.2.1999 vor dem Büro von Prof. Nipkow (-2550) ausgehängt. Die Prüfung findet im Raum -2550 statt.