Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Dr. Olaf Müller

WS 1998/99
Lösungsvorschläge zu Blatt 2
17. 11. 1998

Übungen zur Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 1 (Lösungsvorschlag)

(a) Die Teilmengenrelation $\subseteq$ ist eine partielle Ordnung auf $\mathcal{P}(M)$, denn es gilt:

- $\subseteq$ ist reflexiv, denn für alle Teilmengen X von M gilt $X \subseteq X$.
- $\subseteq$ ist antisymmetrisch, denn für alle Teilmengen X und Y von M gilt: $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq X$ impliziert $X = Y$.
- $\subseteq$ ist transitiv, denn für alle Teilmengen X, Y und Z von M gilt: Aus $X \subseteq Y$ und $Y \subseteq Z$ folgt $X \subseteq Z$.

(b) Die Relation $\leq$ bildet auf M eine partielle Ordnung, denn es gilt:

- $\leq$ ist reflexiv, denn für jedes $x \in M$ gilt:

$$
\begin{array}{ll}
 & x \leq x \\
\Leftrightarrow & \quad \{\text{Def. von } \leq\} \\
 & x < x \vee x = x \\
\Leftrightarrow & \quad \{< \text{irreflexiv}\} \\
 & x = x
\end{array}
$$

- $\leq$ ist transitiv, denn für alle $x, y, z \in M$ gilt:

$$
\begin{array}{ll}
 & x \leq y \wedge y \leq z \\
\Leftrightarrow & \quad \{\text{Def. von } \leq\} \\
 & (x < y \vee x = y) \wedge (y < z \vee y = z) \\
\Leftrightarrow & \quad \{\text{Logische Umformung}\} \\
 & (x < y \wedge y < z) \vee (x = y \wedge y < z) \vee (x < y \wedge y = z) \vee (x = y \wedge y = z) \\
\Rightarrow & \quad \{ < \text{trans.}\} \\
 & (x < z) \vee (x < z) \vee (x < z) \vee (x = z) \\
\Leftrightarrow & \quad \{\text{Def. von } \leq\} \\
 & x \leq z
\end{array}
$$

- $\leq$ ist antisymmetrisch, denn für alle $x, y \in M$ gilt:

$$
\begin{array}{ll}
 & x \leq y \wedge y \leq x \\
\Leftrightarrow & \quad \{\text{Def. von } \leq\} \\
 & (x < y \vee x = y) \wedge (y < x \vee y = x) \\
\Leftrightarrow & \quad \{\text{Logische Umformung}\} \\
 & (x < y \wedge y < x) \vee (x = y \wedge y < x) \vee (x < y \wedge y = x) \vee (x = y \wedge y = x) \\
\Rightarrow & \quad \{ < \text{trans.}\} \\
 & (x < x) \vee (x < x) \vee (x < x) \vee (x = y) \\
\Leftrightarrow & \quad \{< \text{irreflexiv}\} \\
 & x \leq x
\end{array}
$$

Aufgabe 4 (Lösungsvorschlag)

Die Lösungen der Programmieraufgabe finden Sie im Verzeichnis

`/usr/proj/semantik/Programme/Prolog/Natural-semantics`

Beachten Sie insbesondere die Dateien `semantik.pl.loesung` und `dialog.nat`.