Technische Universität München
Institut für Informatik
Prof. Tobias Nipkow, Ph.D.
Gerwin Klein

WS 1999/2000
Übungsblatt 12
31. 1. 2000

Übungen zur Semantik von Programmiersprachen

Aufgabe 1 **(H)** (*Beweis im Hoare-Kalkül*) **Abgabe: Dienstag, 8. 2. 2000**

Zeigen Sie, dass gilt

$$
\begin{array}{l}
\{a \geq 0\} \\
\quad n = 0;\ m = 0;\ k = 0; \\
\quad \textbf{while } k < a \textbf{ do} \\
\qquad (n = n + 1;\ m = m + 2;\ k = k + m + 1) \\
\{n - 1 < \sqrt{a} \leq n\}
\end{array}
$$

Hinweis: Die Invariante der Schleife läßt sich Blatt 8, Aufgabe 1 entnehmen.

Aufgabe 2 **(H)** (*Hoare-Regeln für* **repeat**) **Abgabe: Dienstag, 8. 2. 2000**

Erweitern sie die axiomatische Semantik von WHILE um das Konstrukt

$$\textbf{repeat } s \textbf{ until } b$$

Aufgabe 3 **(Ü)** (*Korrektheitsbeweis mit operationaler Semantik*)

Gegeben sei folgendes WHILE-Programm zur Berechnung der Fakultätsfunktion:

$$y := 1;\ \textbf{while } \neg(x = 1) \textbf{ do } (y := y * x;\ x := x - 1)$$

Zeigen Sie direkt mit Hilfe der operationellen Semantik die partielle Korrektheit des Programms.

Aufgabe 4 **(Ü)** (*Substitutionslemma*)

Zeigen Sie folgendes Lemma für beliebige arithmetische Ausdrücke $a \in Aexpv$, logische Variablen i, Interpretationen I, und Zustände σ:

$$\mathcal{A}v[\![a]\!](I[i \mapsto n])\sigma = \mathcal{A}v[\![a[i \mapsto n]]\!]I\sigma$$

Aufgabe 5 **(Ü)** (*Korrektheit der Hoare-Logik*)

Zeigen Sie die Korrektheit der axiomatischen Semantik in Bezug auf die operationelle Semantik von WHILE:

$$\vdash \{A\}\ s\ \{B\} \Rightarrow \models \{A\}\ s\ \{B\}$$

wobei

$$\models \{A\}\ s\ \{B\} \iff (\forall \sigma, I.\ \sigma \models^I A \ \wedge\ \langle s, \sigma\rangle \to \sigma' \ \Rightarrow\ \sigma' \models^I B)$$

Hinweis: Benutzen Sie dazu Regelinduktion über die Regeln der axiomatischen Semantik. Sie können sich auf den **while**-Fall beschränken.