Einführung in die theoretische Informatik

Sommersemester 2019 – Hausaufgabenblatt 6

Handschriftliche Abgabe

Formale Kriterien zu handschriftlichen Abgaben entnehmen Sie bitte der Website `https://www21.in.tum.de/teaching/theo/SS19`.

AUFGABE 6.1. (*AutomataTutor*)

Lösen Sie im AutomataTutor die Aufgaben H6.1 (a–d). Beachten Sie, dass im Gegensatz zu den Übungsaufgaben für jede Teilaufgabe maximal fünf Versuche erlaubt sind. 2 Punkte

Die Lösungen müssen Sie nicht in ihre handschriftliche Abgabe mit aufnehmen, es reicht aus sie im AutomataTutor einzureichen. Diese Aufgabe ist einzeln zu bearbeiten, die restlichen Aufgaben in Zweiergruppen.

Beachten Sie außerdem, dass die Punkte für die AutomataTutor Aufgaben nicht auf Ihrer handschriftlichen Abgabe eingetragen werden.

AUFGABE 6.2. (*CYK-Algorithmus*)

Wir betrachten die Grammatik $G = (\{S, T\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit den folgenden Produktionen: 2 Punkte

$$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & T \mid SS \mid \varepsilon \\ T & \rightarrow & aSbSb \mid c \end{array}$$

Konstruieren Sie eine zu G äquivalente Grammatik G' in Chomsky-Normalform, und bestimmen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob $cabcb \in L(G')$. Geben Sie dabei die vollständige Berechnungstabelle laut Vorlesung an.

AUFGABE 6.3. (*Kontextfrei oder nicht?*)

Entscheiden Sie ob die folgenden Sprachen kontextfrei sind. Wenn ja, geben Sie eine Grammatik an und zeigen Sie, dass Ihre Grammatik die Sprache akzeptiert. Wenn nein, beweisen Sie dies durch einen Widerspruchsbeweis unter Verwendung des Pumping Lemmas für kontextfreie Sprachen. 2 Punkte

(a) $\mathsf{L}_1 = \{\mathsf{a}^n \mathsf{b}^m \mathsf{c}^l \mid n, m, l \in \mathbb{N} \wedge n > m \wedge n > l\}$

(b) $\mathsf{L}_2 = \{ww \mid w \in \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}^* \wedge w = w^R\}$

AUFGABE 6.4. (*Myhill-Nerode*)

Entscheiden Sie, ob folgende Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{\mathsf{a}, \mathsf{b}, \mathsf{c}\}$ regulär sind. Bestimmen Sie hierzu die Äquivalenzklassen der dazugehörigen Myhill-Nerode-Relation. Falls die Sprache regulär ist, zählen Sie alle Äquivalenzklassen auf und zeichnen Sie den kanonischen Minimalautomaten. Falls die Sprache nicht regulär ist, reicht es eine unendliche Menge von Äquivalenzklassen anzugeben und zu zeigen dass die Elemente dieser Menge paarweise verschieden sind. 2 Punkte

(a) $\mathsf{L}_1 = \mathsf{L}((\mathsf{ba}|\mathsf{ab})^*)$
(b) $\mathsf{L}_2 = \{\mathsf{a}^n \mid \exists k \in \mathbb{N}_0.\, n = 2^k\}$

AUFGABE 6.5. (*Sprache und CFG*)

Wir schreiben $u \leq v$ falls u ein Präfix von v ist, also falls es ein x gibt mit $v = ux$. Wir schreiben $u < v$, falls zusätzlich $x \neq \varepsilon$ (echtes Präfix). 1 Punkt + 1 Bonus

Gegeben seien die Sprache

$$L = \{w \mid |w|_b = |w|_a + 1 \wedge (\forall u < w.\, |u|_a \geq |u|_b)\}$$

und die aus der Vorlesung bekannte Grammatik $\mathsf{G} = (\{\mathsf{S}\}, \{a, b\}, \mathsf{P}, \mathsf{S})$ mit den Produktionen P:

$$\mathsf{S} \rightarrow b \mid a\mathsf{S}\mathsf{S}$$

Ziel der Aufgabe ist es zu zeigen, dass die Grammatik zur Sprache passt, also $\mathsf{L}(G) = \mathsf{L}$. Beweisen Sie hierzu die folgenden Aussagen:

(a) $\mathsf{L}(G) \subseteq \mathsf{L}$

(b) $\mathsf{L} \subseteq \mathsf{L}(G)$

Hinweis: Da Teilaufgabe b) besonders schwer ist, vergeben wir einen Bonuspunkt, der nicht zu der regulär erreichbaren Maximalpunktzahl von 60 Punkten gezählt wird. Für das Erreichen der Maximalpunktzahl ist es also nicht notwendig, diese Aufgabe zu bearbeiten.