

Einführung in die Theoretische Informatik  
Sommersemester 2020 – Übungsblatt 3

**AUFGABE 3.1.** (*Wichtige Begriffe*)

Stufe A

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe korrekt definieren können.

- Produktkonstruktion
- Pumping Lemma
- Wortproblem
- Leerheitsproblem
- Endlichkeitsproblem
- Äquivalenzproblem
- Ardenslemma
- Minimierung

**AUFGABE 3.2.** (*Automata Tutor*)

Stufe B

Im AutomataTutor stehen wieder neue Aufgaben zur Verfügung. Die Aufgaben finden Sie unter den Kategorie “Pumping Lemma Game”. Viel Spaß beim Spielen.

**AUFGABE 3.3.**

Stufe B

Wie können Sie für einen

- (a) DFA (b) NFA (c) Regulären Ausdruck

feststellen, ob die von ihm akzeptierte Sprache

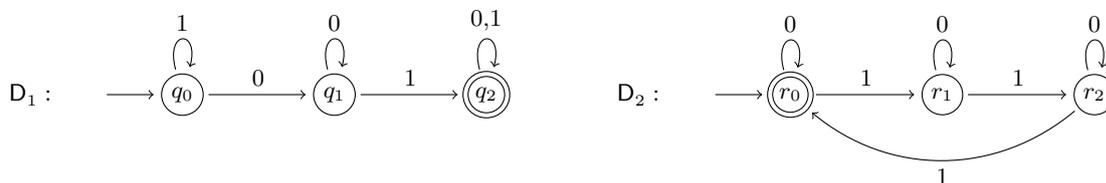
- (1) endlich ist? (2) leer ist? (3) ein Wort  $w$  enthält?

(d) Wie können Sie für zwei DFAs feststellen, ob sie dieselbe Sprache akzeptieren?

**AUFGABE 3.4.**

Stufe C

Gegeben seien zwei DFAs  $D_1$  und  $D_2$  über dem gleichen Eingabealphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ .

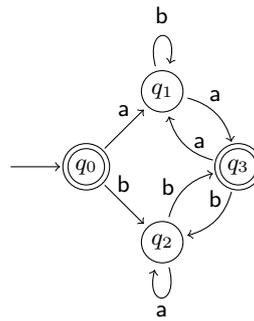


- (a) Verwenden Sie das Verfahren aus der Vorlesung um einen DFA  $D_\cap$  anzugeben, sodass  $L(D_\cap) = L(D_1) \cap L(D_2)$ .  
(b) Geben Sie einen DFA  $D_\cup$  an, sodass  $L(D_\cup) = L(D_1) \cup L(D_2)$ . Sie dürfen Ergebnisse aus Teilaufgabe a) verwenden.  
(c) Was müssen Sie ändern, um einen DFA für  $L(D_1) \setminus L(D_2)$  anzugeben? Verallgemeinern Sie Ihre Erkenntnisse für allgemeine binäre Operationen auf Sprachen.

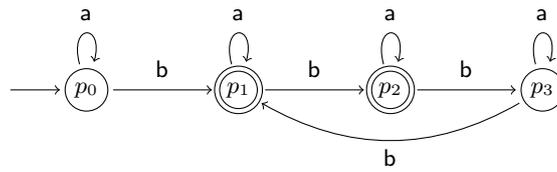
**AUFGABE 3.5.** (*Minimierung*)

Minimieren Sie die folgenden DFAs.

(a) DFA  $D_1$ :



(b) DFA  $D_2$ :

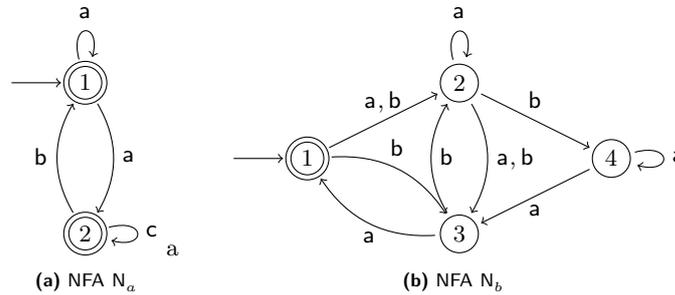


**AUFGABE 3.6.** (*Ardens Lemma*)

Stufe C

Betrachten Sie die beiden NFAs  $N_a$  und  $N_b$ .

- (a) Geben Sie für beide NFAs das nach Vorlesung dazugehörige Gleichungssystem an.  
 (b) Geben Sie dann für jeden der beiden NFAs mittels Gauß-Verfahren und Ardens Lemma einen regulären Ausdruck  $r_a$  bzw.  $r_b$  an, sodass  $L(N_a) = L(r_a)$  bzw.  $L(N_b) = L(r_b)$

**AUFGABE 3.7.** (*Pumping Lemma*)

Stufe C

Beweisen Sie für jede der folgenden Sprachen mithilfe des Pumping Lemmas, dass sie *nicht* regulär sind.

- (a)  $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w^R\}$   
 (b)  $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \geq |w|_1\}$   
 (c)  $L_3 = \{\varepsilon, a, a^{n \cdot m} \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, m > 1, n > 1\}$   
 (d)  $L_4 = \{a^{6i}b^{6i} \mid i \geq 0\}$   
 (e)  $L_5 = \{a^{2^i} \mid i \geq 0\}$

**AUFGABE 3.8.** (*Umkehrung (Spiegelung)*)

Stufe D

Ziel dieser Aufgabe ist, die Umkehrung einer Sprache zu berechnen, d.h. für jede reguläre Sprache  $L$  die Sprache  $L^R$  anzugeben, sodass  $L^R := \{w^R \mid w \in L\}$ .Geben Sie einen Algorithmus an, der einen DFA  $D$  in einen  $\varepsilon$ -NFA  $N$  übersetzt, sodass  $L(D)^R = L(N)$ . Beweisen Sie die Korrektheit Ihres Verfahrens.