

Einführung in die Theoretische Informatik
Sommersemester 2020 – Übungsblatt 5

AUFGABE 5.1. (*Wichtige Begriffe*)

Stufe A

Überprüfen Sie, dass Sie die folgenden Begriffe korrekt definieren können.

- nützlich, erzeugend, erreichbare Symbole
- Chomsky-Normalform
- CYK-Algorithmus
- Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen
- Präfix, Suffix, Infix

AUFGABE 5.2. (*Chomsky-Normalform*)

Stufe C

Chomsky-Normalform Onlinetool

Sie können das Überführen von Grammatiken in Chomsky-Normalform auf der Website <http://grammar.epfl.ch/> üben. Beachten Sie dabei, dass die Website Feedback gibt, ob Ihre Lösung richtig oder falsch ist, aber nicht überprüft ob Sie das Verfahren aus der Vorlesung verwendet haben.

Die CFG G bestehe aus folgenden Produktionen über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASA \mid aB \\ A &\rightarrow B \mid S \mid CB \\ B &\rightarrow b \mid \varepsilon \\ C &\rightarrow aC \\ D &\rightarrow aSCb \mid a \end{aligned}$$

- Beschreiben Sie in eigenen Worten, wann ein Nichtterminal *nützlich* in einer Grammatik ist.
- Reduzieren Sie die Grammatik G auf die nützlichen Nichtterminale.
- Überführen Sie die reduzierte Grammatik dann in Chomsky-Normalform.
- Erklären Sie in eigenen Worten, wie Sie nach Überführen einer Grammatik in CNF überprüfen können, dass Sie keine Fehler gemacht haben.¹

AUFGABE 5.3. (*CYK-Algorithmus*)

Stufe C

Die folgende Aufgaben können Sie auch im AutomataTutor unter der Kategorie “CYK Algorithm” finden. Beachten Sie, dass sich dort auch eine Hausaufgabe mit limitierten Versuchen befindet.

Wir betrachten die Grammatik $G = (\{S, T, U, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ in CNF mit den folgenden Produktionen P :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow TS \mid CT \mid a & A &\rightarrow a \\ T &\rightarrow AU \mid TT \mid c & B &\rightarrow b \\ U &\rightarrow SB \mid AB & C &\rightarrow c \end{aligned}$$

Bestimmen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob $ccaab \in L(G)$ und $aabcc \in L(G)$. Geben Sie dabei auch die berechneten Tabellen an.

AUFGABE 5.4. (*Pumping-Lemma für Kontextfreie Sprachen*)

Stufe C

Wir betrachten Pfeil-Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{\uparrow, \downarrow, \leftarrow, \rightarrow\}$. Wir interpretieren dabei ein Wort $w \in \Sigma^*$ als einen Pfad in einem 2D-Gitter.

- Geben Sie eine formale Definition für die folgenden beiden Sprachen an:
 - Pfade, die in den Ursprung zurückkehren.
 - Pfade, die „in großer Kurve umkehren“ — *beliebig weit* nach rechts fahren, dann *noch weiter* entweder nach oben oder unten gehen und letztlich wieder umkehren und *noch weiter* nach links fahren. Diese Pfade enden dann links vom Ursprung.
- Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, dass diese Sprachen nicht kontextfrei sind

AUFGABE 5.5.

Stufe D

¹Hier geht es nicht um einen formalen Beweis, dass die beiden Sprachen gleich sind, sondern um eine Strategie, wie Sie bei Aufgaben wie im vorherigen Aufgabenteil Fehler vermeiden.

Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$. L ist *präfix-abgeschlossen*, wenn für alle $w \in L$ und $v \in \Sigma^*$ mit $v \preceq w$ (also v ist ein Präfix von w) gilt: $v \in L$.

Beweisen Sie, dass jede unendliche, präfix-abgeschlossene, kontextfreie Sprache eine unendliche, reguläre Teilmenge enthält.

Bemerkung: Zu dieser Aufgabe gibt es keine Videolösung. Eine textuelle Lösung finden Sie vorab auf Moodle/der Vorlesungswebsite.

AUFGABE 5.6. (*Schnitt regelt*)

Beweisen Sie, dass kontextfreie Sprachen unter Schnitt mit regulären Sprachen abgeschlossen sind.

Stufe D