Prof. T. Nipkow
K. Kappelmann, J. Rädle, L. Stevens **ABGABE 22.06.2020, 23:59 (Σ 5 P.)** Technische Universität München
Lehrstuhl für Logik und Verifikation

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2020 – Übungsblatt 8

AUFGABE 8.1.

1,5 Punkte

In dieser Aufgabe betrachten wir unerreichbare Zustände in Turingmaschinen. Ein Zustand q ist genau dann unerreichbar wenn es keine Eingabe w gibt, so dass die TM im Laufe der Auswertung mit Eingabe w eine Konfiguration (α, q, β) für beliebige α und β erreicht.
Wir kodieren hierzu Zustände in Analogie zu Turingmaschinen und definieren:

$$q_{w_1,w_2} := \begin{cases} q \text{ falls } w_2 \text{ Kodierung von } q \text{ in } M_{w_1} \text{ ist} \\ \hat{q} \text{ sonst} \end{cases}$$

wobei $\hat{q}$ ein beliebiger aber fester Zustand in M_{w_1} ist.
Zeigen Sie, dass die Menge

$$\mathsf{A}_{\mathrm{UR}} := \{w_1\#w_2 \mid w_1, w_2 \in \{0,1\}^* \text{ und } q_{w_1,w_2} \text{ ist in } M_{w_1} \text{ unerreichbar}\}$$

unentscheidbar ist, indem Sie eine Reduktion durchführen.

AUFGABE 8.2. (*Wer wird Millionär?*)

0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 P

Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen mit einer informellen Begründung.

(a) Wenn A und B unentscheidbar sind, dann ist auch $A \cup B$ unentscheidbar.

(b) Es ist entscheidbar, ob eine beliebige DTM M bei leerer Eingabe jemals ein anderes Symbol als das Leerzeichen schreibt.

Nun betrachten wir WHILE- und GOTO-Programme, wie sie in der Vorlesung auf Folie 247 bzw. 252 definiert sind. Sie dürfen annehmen, dass das Halteproblem für WHILE- und GOTO-Programme auf Eingabe 0 unentscheidbar ist. Wir nummerieren die Anweisungen eines Programms fortlaufend, wobei wir die Bedingung eines IFs bzw. WHILEs als eigene Anweisung betrachten.

(c) Ist es entscheidbar, ob bei der Ausführung eines WHILE-Programms P auf Eingabe 0 die zweite Anweisung mindestens einmal ausgeführt wird?

(d) Ist es entscheidbar, ob bei der Ausführung eines GOTO-Programms P auf Eingabe 0 die zweite Anweisung mindestens einmal ausgeführt wird?

AUFGABE 8.3. (*YOWO – You Only Write Once*)

1,5 Punkte

Eine You-Only-Write-Once (YOWO) Maschine ist eine Turingmaschine, die jede Zelle ihres Bandes höchstens einmal ändern darf. Dabei gelten Übergänge $\delta(q, x) = (p, y, X)$ mit $x \neq y$ als Änderung einer Zelle. Insbesondere darf eine YOWO-Maschine ihre Eingabe höchstens einmal überschreiben.
Zeigen Sie: YOWO-Maschinen sind Turing-vollständig[1]. Es reichte eine informelle aber umfassende Beschreibung ohne formalen Beweis.
Tipp: Überlegen Sie zunächst, wie Sie die Turing-vollständigkeit von you-only-write-twice (YOWT) Maschinen zeigen können.

> Can you "think of" an undefinable number?
>
> — Robert Israel

[1] D.h. jede Turingmaschine kann durch eine YOWO-Maschine simuliert werden