

Einführung in die Theoretische Informatik

Sommersemester 2020 – Übungsblatt 9

AUFGABE 9.1. (*Entscheidbarkeit*)

1,5 P

Geben Sie für jede der folgenden Mengen an, ob sie entscheidbar ist oder nicht. Beweisen Sie ihre Behauptung mithilfe des Satzes von Rice. Ist der Satz von Rice nicht anwendbar, reicht es zu begründen warum der Satz nicht anwendbar ist. In diesem Fall müssen Sie nicht beweisen ob die Menge entscheidbar ist.

- (a) $L_1 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists P. \forall n \in \mathbb{N}. P(n) = \varphi_w(n)\}$ wobei P ein WHILE Programm ist.
- (b) $L_2 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \forall x \in \{a, b\}^*. \exists n \in \mathbb{N}. \varphi_w(n) = x\}$.
- (c) $L_3 = \{w \in \{0, 1\}^* \mid \exists n \in \mathbb{N}. \varphi_w(n) = 1 \wedge w \neq w^R\}$.

AUFGABE 9.2.

1,5P

Gegeben seien zwei semi-entscheidbare Sprachen $A, B \subseteq \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass die Sprache $A + B := \{a + b \mid a \in A \wedge b \in B\}$ auch semi-entscheidbar ist. Geben Sie dazu ein WHILE-Programm an, das die modifizierte charakteristische Funktion χ'_{A+B} berechnet. In ihrem Programm dürfen Sie bei Zuweisungen und in Bedingungen beliebige arithmetische Ausdrücke verwenden. Weiterhin sind auch alle aussagenlogischen Operatoren und Gleichheit in Bedingungen erlaubt.

AUFGABE 9.3.

1P

Zeigen oder widerlegen Sie: jede totale, berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ hat ein entscheidbares Bild.

AUFGABE 9.4.

1P

Sei $L \subseteq \Sigma^*$ und \triangleleft eine strikte partielle Ordnung (transitiv und asymmetrisch) auf Wörtern über Σ . Für eine gegebene, totale und berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \Sigma^*$ definieren wir $L := f(\mathbb{N}) = \{f(n) \mid n \in \mathbb{N}\}$. Zusätzlich nehmen wir an, dass es eine totale und berechenbare Funktion $s : \Sigma^* \rightarrow \mathbb{N}$ gibt, so dass $s(w) = |\{u \mid u \triangleleft w\}|$. Zeigen Sie: Falls $m < n \Rightarrow f(m) \triangleleft f(n)$ gilt, dann ist L entscheidbar.



In Erinnerung an Sarah Hegazi

1989 – 14. Juni 2020