

Einführung in die Theoretische Informatik
Sommersemester 2020 – Übungsblatt 13

Information

Dieses Übungsblatt besteht aus einer Auswahl von Klausuraufgaben aus vorherigen Jahren und beinhaltet keinen neuen Stoff aus der Vorlesung. Verwenden Sie die letzte Tutorstunde für allgemeine Fragen zum Vorlesungsstoff in Hinblick auf die Klausurvorbereitung. Es wird keine Videolösung zu diesem Blatt veröffentlicht.

AUFGABE 13.1. (*Endliche Automaten (1)*)

Sei $r = (a|b)^*ab(a|b)^*$ ein regulärer Ausdruck über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

- Konstruieren Sie einen NFA A mit $L(A) = L(r)$.
- Konstruieren Sie einen DFA B mit $L(B) = L(A)$.
- Konstruieren Sie den minimalen DFA C mit $L(C) = L(B)$.
- Konstruieren Sie den minimalen DFA D mit $L(D) = \Sigma^* \setminus L(C)$.
- Konstruieren Sie einen regulären Ausdruck r' mit $L(r') = L(D)$. Verwenden Sie hierzu Ardens Lemma.

AUFGABE 13.2. (*Kontextfreie Sprachen (1)*)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$.

- Geben Sie für die Sprache $L = \{(aba)^n b^m (ba)^n b\}$ eine kontextfreie Grammatik G an, sodass $L(G) = L$ gilt.
- Sei $G = (\{S\}, \Sigma, \{S \rightarrow \varepsilon \mid aSc \mid aSbSc\}, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Zeigen Sie, dass für alle in G ableitbaren Wörter w die Eigenschaft $|w|_a = |w|_c$ gilt.

AUFGABE 13.3. (*Kontextfreie Sprachen (2)*)

- Zeigen Sie, dass folgende Sprache $L = \{a^m b^n \mid m \geq n \geq 0\}$ **deterministisch** kontextfrei ist, indem Sie einen deterministischen Kellerautomaten (DPDA) angeben, der L auf Endzustand akzeptiert. Ihr DPDA darf maximal vier Zustände besitzen.
- Gibt es einen DPDA, der L auf leeren Keller akzeptiert?

AUFGABE 13.4. (*Pumping Lemma*)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Zeigen Sie, dass die Sprache $L = \{wc^n w^R \mid w \in \{a, b\}^n \wedge n \in \mathbb{N}_0\}$ nicht kontextfrei ist. Führen Sie einen Widerspruchsbeweis unter Verwendung des Pumping Lemmas für kontextfreie Sprachen.

AUFGABE 13.5. (*Entscheidbarkeit*)

Betrachten Sie die Menge $A = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |L(M_w)| \leq 42\}$.

- Beweisen Sie, dass die Menge nicht semi-entscheidbar ist, indem Sie $\overline{H_0} \leq A$ zeigen.
- Geben Sie einen Semientscheidungsalgorithmus für \overline{A} an.

AUFGABE 13.6. (*Reduktionen*)

Mit SUBSET bezeichnen wir das Problem:

Gegeben: Ein ε -NFA N mit n Zuständen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ und eine Zahl $m \leq n$.

Frage: Gibt es ein Wort w der Länge m , sodass N dieses Wort nicht akzeptiert?

In Mengenschreibweise:

$$\text{SUBSET} := \{(N, m) \mid N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F) \text{ ist } \varepsilon\text{-NFA} \wedge m \leq |Q| \wedge \Sigma^m \setminus L(N) \neq \emptyset\}$$

- Zeigen Sie, dass SUBSET NP-vollständig ist. Verwenden Sie hierbei eine geeignete Reduktion von 3-KNF-SAT auf SUBSET.
- Wenden Sie Ihre Reduktion auf $(x_1 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_2 \vee x_3)$ an. Geben Sie den konstruierten ε -NFA graphisch an.

Hinweis: Betrachten Sie die Menge aller nichterfüllenden Belegungen für die Formel F , die genau m Variablen hat, als Wörter der Länge m .